

Limites du correcteur PID pour les systèmes à retard. Prédicteur de Smith.

JULIEN FLAMANT – julien.flamant@ens-cachan.fr

Motivation

Cette leçon présente les limites des correcteurs PID dans le cas des systèmes à retard, et on y présente une structure de correcteur adaptée pour ces systèmes : le prédicteur de Smith. Pour bien faire ressortir les limites des correcteurs PID et l'intérêt du prédicteur de Smith, on s'appuiera sur un nombre important de simulations. On se limitera dans les calculs de fonction de transfert, en raisonnant plutôt sur les schémas-blocs et les outils graphiques : diagramme de bode, analyse de la réponse à un échelon.

Table des matières

1 Les systèmes à retard	1
2 Limites de la correction PID	2
3 Prédicteur de Smith	3
3.1 Structure	3
3.2 Influence des erreurs de modèle	5

1 Les systèmes à retard

Un certain nombre de systèmes physiques peuvent être modélisés par une fonction de transfert incluant un *retard pur*, ou *temps mort*. Ces retards peuvent avoir une origine physique : prenons l'exemple d'une réaction chimique, il existe un retard intrinsèque du à la dynamique du mélange. Ces retards peuvent se retrouver dans d'autres situations ; bien souvent celui-ci peut être associé à un transport de matière : transport de l'eau dans une conduite avant d'arriver au niveau du capteur, ou bien un objet sur un circuit de convoyage en industrie.

Il est important de noter qu'un retard n'apparaît pas uniquement dans une fonction de transfert par une réalité physique. Dans bien des cas, afin de limiter l'ordre de la fonction de transfert lors de la phase d'identification, on choisit d'inclure un retard. Ce retard permet alors de décrire une partie de la dynamique du système d'une manière plus simple qu'en utilisant un ordre plus élevé. C'est par exemple le cas de la *méthode de Broïda*, qui permet de décrire la fonction de transfert d'un système sous la forme :

$$H(p) = \frac{e^{-\tau p}}{1 + Tp} \quad (1)$$

Nous allons à présent introduire les différentes notations utilisées dans ce document. Notons τ le retard, $H(p)$ la fonction de transfert globale du système et $G(p)$ la fonction de transfert du système sans retard. On a alors :

$$H(p) = e^{-\tau p} G(p) \quad (2)$$

Voyons dans un premier temps les limites de la correction d'un tel système par les méthodes classiques, telles la correction Proportionnelle Intégrale Dérivée.

2 Limites de la correction PID

On considère à présent un système du premier ordre, avec retard pur. Si l'on note T la constante de temps du premier ordre, la fonction de transfert du système s'écrit :

$$H(p) = \frac{e^{-\tau p}}{1 + Tp} \quad (3)$$

Comme on l'a vu précédemment, ce type de fonction de transfert peut être obtenu en appliquant la méthode de Broïda, par exemple. Pour illustrer l'influence du retard τ sur le système corrigé, nous allons considérer le cas particulier de la régulation de niveau d'une cuve. Ce système peut être décrit par le modèle suivant, du premier ordre :

$$H(p) = \frac{e^{-\tau p}}{1 + 20p} \quad (4)$$

On va considérer un correcteur PID, de fonction de transfert $C(p)$:

$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right) \quad (5)$$

où $K_p = 1$, $T_i = 10$, $T_d = 1$ ¹. On décide de simuler le comportement du système corrigé par ce correcteur PID, et ce pour plusieurs valeurs du rapport τ/T .

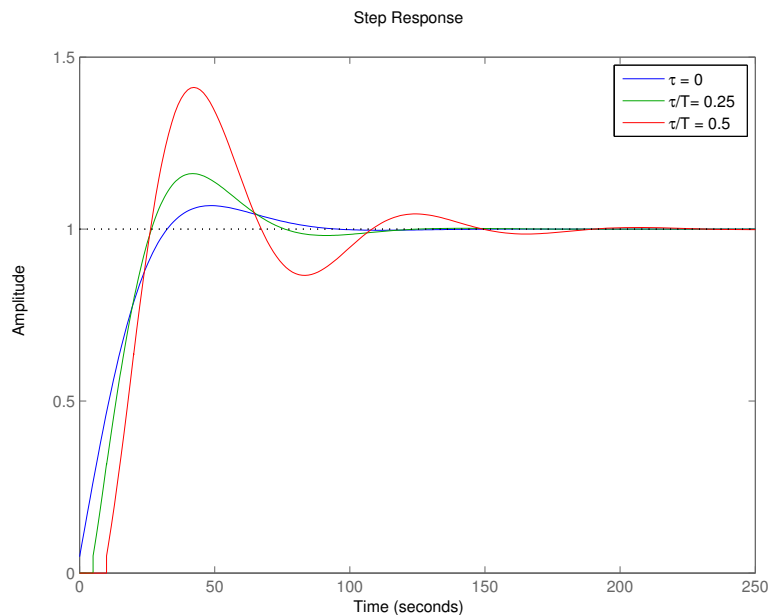


FIGURE 1 – Réponse à un échelon pour le système corrigé, pour différentes valeurs de τ .

On constate que l'introduction d'un retard τ impose des oscillations de plus en plus marquées au fur et à mesure que le rapport τ/T évolue. Une première conséquence sera donc une régulation moins efficace. En pratique, on considère que dès lors que le rapport τ/T est supérieur à 0.5, la régulation PID n'est plus satisfaisante. Il apparaît ainsi que *la régulation PID n'est pas adaptée aux systèmes avec retard trop importants*.

Un autre phénomène peut se faire pressentir. En effet, on a constaté que lorsque τ/T augmentait, l'amplitude des oscillations augmentait aussi ; la stabilité du système est donc impactée directement par le retard. Voyons un exemple simple : considérons ce même système de fonction de transfert $H(p)$, cette

1. Il faudra expliquer ce choix...

fois-ci avec une simple correction proportionnelle. Afin de dimensionner ce correcteur, on s'intéresse au diagramme de Bode du système, pour différentes valeurs de τ/T :

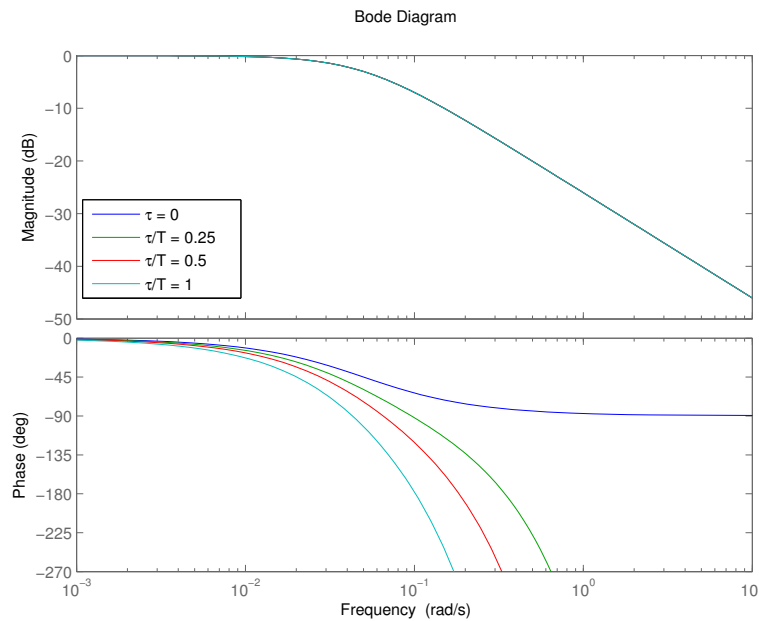


FIGURE 2 – Diagramme de Bode du système, pour différentes valeurs de retard.

Comme attendu, les systèmes ont tous le même gain, le terme $\exp(-\tau p)$ étant de module égal à 1. Sur la phase cependant, on voit apparaître des comportements différents. Comme attendu, le système sans retard à une phase variant entre 0 et -90 degrés, ce qui caractérise un système inconditionnellement stable. Pour les autres systèmes avec retard en revanche, on constate que la phase descend en dessous de -180 degrés à partir d'une certaine fréquence : lors d'un réglage de correcteur proportionnel, il faudra donc faire attention à ne pas prendre une valeur de gain trop élevée, afin de garantir la stabilité du système par une marge de phase correcte. En conclusion, un système du premier ordre avec retard peut être rendu instable par une simple action proportionnelle.

Nous avons mis en évidence les différents problèmes qui peuvent survenir lors d'une régulation PID d'un système avec retard : performances en baisse, instabilités supplémentaires possibles. Voyons à présent une structure de correcteur permettant l'obtention de bonnes performances : le prédicteur de Smith.

3 Prédicteur de Smith

3.1 Structure

Le prédicteur de Smith a été proposé pour la première fois par Smith² en 1957. L'idée principale derrière ce prédicteur est la suivante : étant donné que l'on sait bien corriger des systèmes sans retard avec un correcteur (PID par exemple), pourquoi ne pas corriger le système sans retard ? On estimera ensuite la sortie en la retardant de la valeur du retard du système. Cette approche, très simple, conduit à la structure suivante :

2. On s'en doutait...

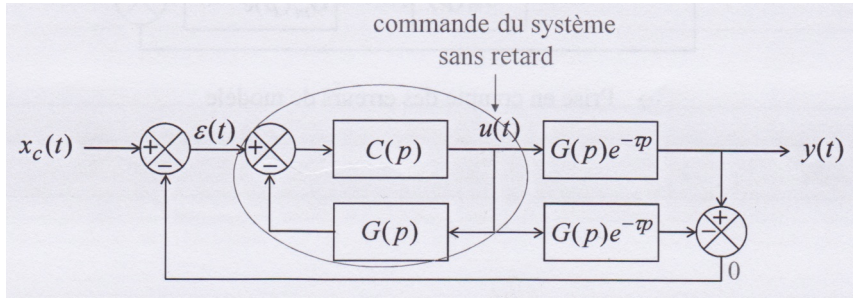


FIGURE 3 – Structure du prédicteur de Smith

On trouve aussi une deuxième formulation, équivalente et qui se rapproche de la boucle interne :

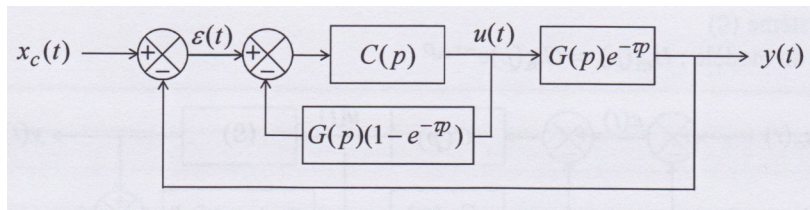


FIGURE 4 – Structure du prédicteur de Smith – version boucle interne.

On va à présent comparer les performances du prédicteur de Smith avec le correcteur PID précédemment introduit. Pour cet exemple, on fixe donc $\tau = 10$ s. La fonction de transfert considérée est toujours la même :

$$G(p) = \frac{1}{1 + Tp}$$

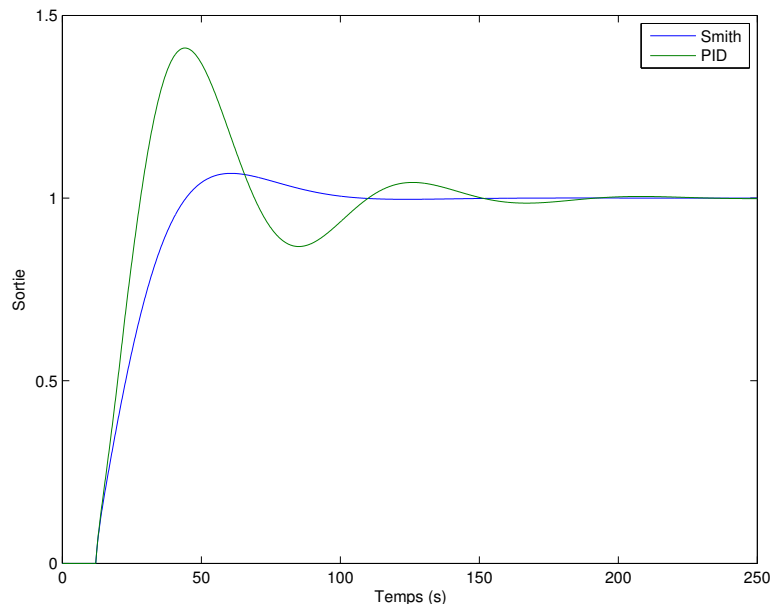


FIGURE 5 – Comparaison de la réponse à un échelon pour le prédicteur de Smith et le correcteur PID présenté précédemment

Comme prévu, on constate que la réponse du système corrigé par le prédicteur de Smith est bien

meilleure en terme de performances que la correction PID. Voyons à présent les effets d'un erreur de modèle sur le prédicteur de Smith.

3.2 Influence des erreurs de modèle

On suppose donc à présent que le système réel est toujours modélisé par sa fonction de transfert $H(p) = \exp(-\tau p) \frac{1}{1+T_p p}$. Cependant le modèle choisi pour la régulation sera maintenant $H_m(p) = \exp(-\tau_m p) \frac{1}{1+T_m p}$. Voyons l'effet d'une erreur modèle sur la réponse à un échelon.

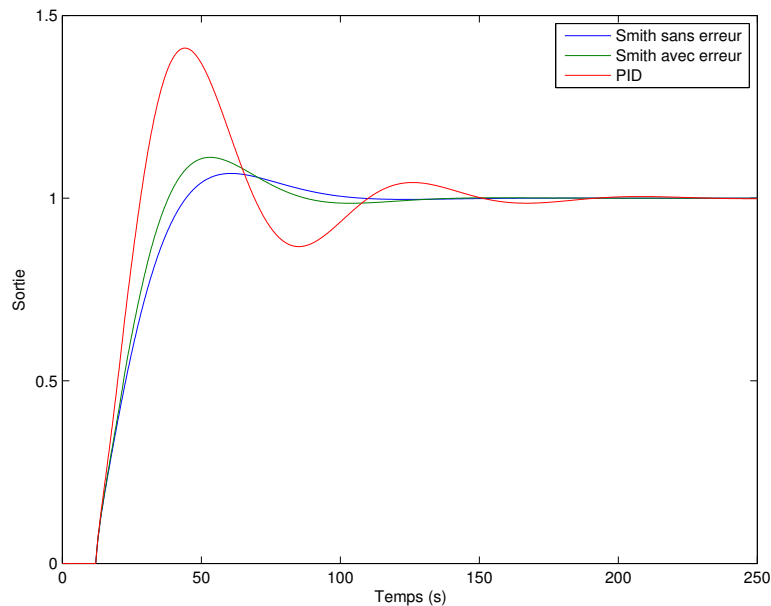


FIGURE 6 – Comparaison de la réponse à un échelon pour le prédicteur de Smith sans erreur de modèle, avec erreur de modèle et le correcteur PID présenté précédemment. On a choisi $\tau_m = 8$ s et $T_m = 24$ s.

On constate que malgré une erreur importante sur les valeurs de τ_m et T_m , le prédicteur de Smith est relativement robuste et on obtient un comportement en sortie encore acceptable.

Références

- [1] FLAUS, J.-M. *La régulation industrielle : régulateurs PID, prédictifs et flous*. Hermes, 1994.
- [2] LEVINE, W. S. *The control handbook*. CRC press, 1996.
- [3] SERMONDADE, C., AND TOUSSAINT, A. *Régulation, Tome 4 : Correcteurs spécifiques, régulation en temps discret*. Nathan, Paris, 1994.